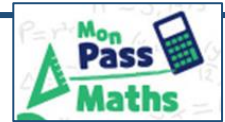


# Reconnaître et utiliser les triangles semblables



Je révise mon brevet pas à pas.



Correction

## Prérequis :

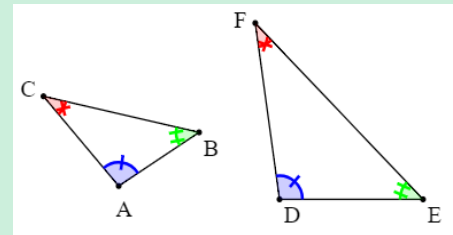
- ▶ Deux triangles sont dits **égaux ou isométriques** si leurs côtés sont deux à deux de même longueur. Des triangles égaux sont **superposables** et leurs angles ont la **même** mesure.
- ▶ La **somme des angles d'un triangle est  $180^\circ$** .  
Un triangle isocèle a ses deux angles à la base égaux ; un triangle équilatéral a ses trois angles égaux à  $60^\circ$ .

## Démontrer que deux triangles sont semblables.

### Méthode pour démontrer que deux triangles sont semblables avec leurs angles.

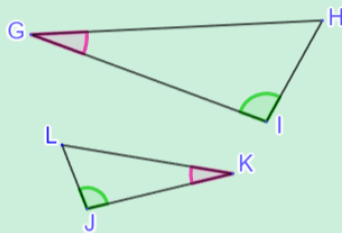
Définition : Deux triangles sont dits **semblables** si **leurs angles sont deux à deux de même mesure**.

Exemple : ABC et DEF sont des triangles semblables.



**Méthode** : pour démontrer que **deux triangles sont semblables**, il suffit de prouver que **seulement 2 angles** d'un triangle sont égaux à 2 angles d'un autre triangle (avec la propriété de la somme des 3 angles égale à  $180^\circ$ , les troisièmes angles seront aussi égaux).

Exemple :



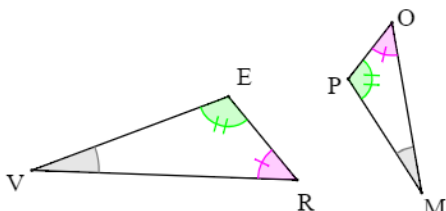
On a :  $\widehat{GIH} = \widehat{LJK}$  et  $\widehat{IGH} = \widehat{LKJ}$ .

→ Les triangles GHI et JKL ont deux paires d'angles deux à deux égaux, ce sont donc des triangles semblables et on déduit donc que  $\widehat{GHI} = \widehat{JKL}$ .



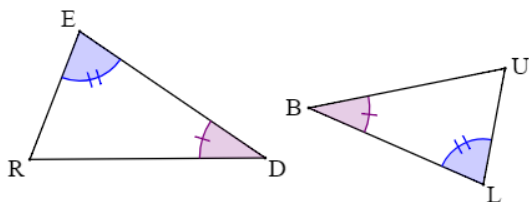
Dans chaque cas, détermine si les triangles sont semblables :

1.



$\widehat{VER} = \widehat{MPO}$  ;  $\widehat{ERV} = \widehat{POM}$  et  $\widehat{EVR} = \widehat{PMO}$   
VER et POM ont leurs angles deux à deux de même mesure donc ils sont semblables.

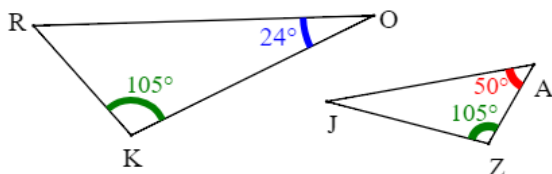
2.



$$\widehat{RED} = \widehat{BLU} \text{ et } \widehat{RDE} = \widehat{LBU}$$

RED et BLU ont deux paires d'angles deux à deux égaux donc ils sont semblables.

3.



La somme des angles d'un triangle est égale à  $180^\circ$ .

Dans le triangle ROK, on a :

$$\widehat{KRO} = 180 - (24 + 105) = 180 - 129 = 51^\circ$$

Donc  $\widehat{RKO} = \widehat{JZA}$  mais  $\widehat{KRO} \neq \widehat{JAZ}$ .

Les triangles ROK et JAZ n'ont pas leurs angles deux à deux égaux, ce ne sont donc pas des triangles semblables.



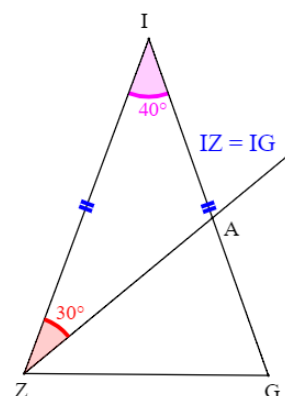
A partir des informations portées sur la figure suivante, prouve que les triangles ZIG et ZAG sont semblables.

ZIG est un triangle isocèle en I, donc ses angles à la base sont égaux ;  
et la somme des angles d'un triangle est égale à  $180^\circ$ , donc :

$$\widehat{IZG} = \widehat{IGZ} = (180 - 40) : 2 = 70^\circ$$

Donc dans ZAG,  $\widehat{AGZ} = 70^\circ$  et  $\widehat{AZG} = 70 - 30 = 40^\circ$

Les triangles ZIG et ZAG ont deux paires d'angles deux à deux égaux, ce sont donc des triangles semblables.



### Méthode pour démontrer que deux triangles sont semblables avec la longueur de leurs côtés.

Propriété : Deux triangles sont **semblables** si **les longueurs de leurs côtés sont deux à deux proportionnelles**.

**Etape ①** : On repère les couples de côtés qui peuvent se correspondre (les plus petits côtés de chaque triangle ensemble, les plus grands, ...).

**Etape ②** : On calcule chacun des trois quotients, en utilisant toujours le même triangle au numérateur.

→ si ces trois quotients sont égaux, les triangles sont semblables et le coefficient de proportionnalité correspond au coefficient d'agrandissement ( $> 1$ ) ou réduction ( $< 1$ ) entre les deux triangles.

Exemple : ABC et DEF sont deux triangles tels que : AB = 4 cm ; BC = 7 cm et AC = 5 cm ; DE = 8 cm ; EF = 6,4 cm ; DF = 11,2 cm.

On identifie **les côtés à associer** :

Triangle ABC : AB = 4 cm ; BC = 7 cm et AC = 5 cm ;

Triangle DEF : DE = 8 cm ; EF = 6,4 cm ; DF = 11,2 cm.

Plus petits  
côtés

Plus grands  
côtés

On calcule :  $\left(\frac{\text{triangle DEF}}{\text{triangle ABC}}\right) \quad \frac{EF}{AB} = \frac{6,4}{4} = 1,6$  ;  $\frac{DE}{AC} = \frac{8}{5} = 1,6$  ;  $\frac{DF}{BC} = \frac{11,2}{7} = 1,6$

→ ABC et DEF ont les longueurs de leurs côtés deux à deux proportionnelles (avec un coefficient de proportionnalité de 1,6). Ce sont donc des **triangles semblables**.

✓ LEA et TOM sont deux triangles tels que : LE = 2 cm ; LA = 3 cm et EA = 4 cm ; TO = 10 cm ; TM = 5 cm ; OM = 7,5 cm.

1. Complète le tableau ci-contre en indiquant les côtés avec les lettres, puis en précisant leurs longueurs :

|                                    | Plus grands | Plus petits |          |
|------------------------------------|-------------|-------------|----------|
| Côté du triangle LEA               | EA = 4      | LE = 2      | LA = 3   |
| Côté du triangle TOM correspondant | TO = 10     | TM = 5      | OM = 7,5 |

2. Vérifie s'il s'agit d'un tableau de proportionnalité.

On calcule les quotients :  $10 \div 4 = 2,5$  ;  $5 \div 2 = 2,5$  ;  $7,5 \div 3 = 2,5$

Les quotients sont égaux, il y a proportionnalité (le coefficient de proportionnalité est 2,5).

3. Les triangles sont-ils semblables ?

LEA et TOM ont les longueurs de leurs côtés deux à deux proportionnelles, ce sont donc des triangles semblables.

✓ Dans chaque cas, détermine si les deux triangles proposés sont semblables ; dans ce cas, précise le coefficient de proportionnalité.

▪ SVT et GEO sont deux triangles tels que : SV = 12 cm ; ST = 8 cm et VT = 10 cm ; GE = 6,4 cm ; GO = 8 cm et EO = 9,6 cm.

Il faut associer correctement les côtés, et calculer les quotients :

$$\frac{EO}{SV} = \frac{9,6}{12} = 0,8 \quad ; \quad \frac{GE}{ST} = \frac{6,4}{8} = 0,8 \quad ; \quad \frac{GO}{VT} = \frac{8}{10} = 0,8$$

SVT et GEO ont les longueurs de leurs côtés deux à deux proportionnelles, avec un coefficient de proportionnalité de 0,8 (ou 1,25 si on choisit de calculer  $\frac{\text{triangle SVT}}{\text{triangle GEO}}$ ). Ce sont donc des triangles semblables.

- EPS et LCA sont deux triangles tels que :  $EP = 6 \text{ cm}$  ;  $PS = 7 \text{ cm}$  et  $ES = 8 \text{ cm}$  ;  
 $LC = 16 \text{ cm}$  ;  $CA = 17 \text{ cm}$  et  $LA = 18 \text{ cm}$ .

Il faut associer correctement les côtés, et calculer les quotients :

$$\frac{LC}{EP} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \approx 2,67 \quad ; \quad \frac{CA}{PS} = \frac{17}{7} \approx 2,43 \quad ; \quad \left( \frac{LA}{ES} = \frac{18}{8} = 2,25 \right)$$

Les quotients ne sont pas égaux, EPS et LCA n'ont pas les longueurs de leurs côtés proportionnelles, ce ne sont donc pas des triangles semblables.

### Méthode pour démontrer que deux triangles sont semblables avec un angle et des longueurs.

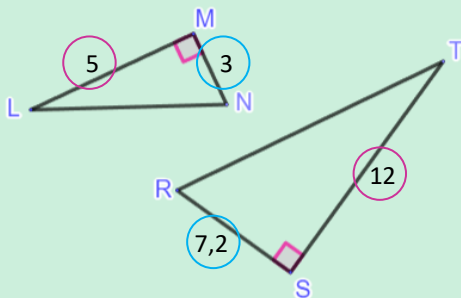
Propriété : Deux triangles sont **semblables** s'ils ont **un angle de même mesure compris entre 2 côtés aux longueurs proportionnelles**.

**Etape ①** : On repère deux angles égaux.

**Etape ②** : On identifie les côtés des angles à associer (les plus petits côtés ensemble, et les plus grands ensemble).

**Etape ③** : On calcule chacun des deux quotients, en utilisant toujours le même triangle au numérateur.

Exemple :



- On a :  $\widehat{LMN} = \widehat{RST} = 90^\circ$

(on identifie les côtés à associer)

$$- \frac{RS}{MN} = \frac{7,2}{3} = 2,4 \quad ; \quad \frac{ST}{LM} = \frac{12}{5} = 2,4$$

→ Les triangles LMN et RST ont un angle de même mesure compris entre 2 côtés aux longueurs proportionnelles, donc ils sont semblables.

☒ On considère la figure ci-contre.

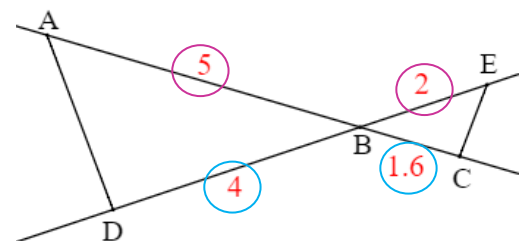
Les droites (AC) et (DE) se coupent en B ; on a :  
 $AB = 5 \text{ cm}$  ;  $BD = 4 \text{ cm}$  ;  $BE = 2 \text{ cm}$  et  $BC = 1,6 \text{ cm}$ .

Les triangles ABD et BCE sont-ils semblables ?

$\widehat{ABD} = \widehat{EBC}$  car ce sont des angles **opposés** par le sommet.

Il faut associer correctement les côtés, et calculer les quotients :  $\frac{AB}{BE} = \frac{5}{2} = 2,5$  ;  $\frac{BD}{BC} = \frac{4}{1,6} = 2,5$

Les triangles ABD et BCE ont un angle de même mesure compris entre 2 côtés aux longueurs proportionnelles, donc ils sont semblables.



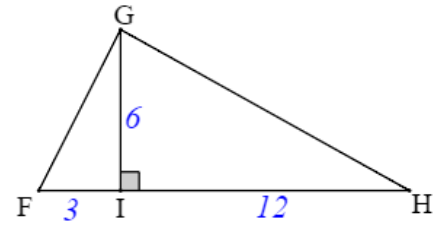
✓ On considère la figure ci-contre. Les triangles FGI et GHI sont-ils semblables ?

$$\widehat{FIG} = \widehat{GIH} = 90^\circ$$

Dans FGI : FI = 3 et GI = 6

Dans GHI : GI = 6 et HI = 12  $\times 2$   $\frac{GI}{FI} = 2$  ;  $\frac{HI}{GI} = 2$

Les triangles FGI et GHI ont un angle de même mesure compris entre 2 côtés aux longueurs proportionnelles, donc ils sont semblables.



### Utiliser les propriétés des triangles semblables.

#### Méthode pour utiliser les propriétés des triangles semblables.

Si deux triangles sont semblables...

- ① on repère les angles, sommets et côtés **homologues** (qui se correspondent).
- ② alors, on peut utiliser une des propriétés :
  - les **angles** homologues sont **égaux** ;
  - les **longueurs** des côtés homologues sont **proportionnelles** ;
  - on a une relation d'**agrandissement réduction** d'un triangle à l'autre : les longueurs sont multipliées par un **coefficient k**, l'aire est multipliée par **k<sup>2</sup>**.

Exemple : ABC et DEF sont des triangles semblables :

Les sommets homologues sont : B et E ; A et D ; C et F.

Les angles homologues sont  $\widehat{B}$  et  $\widehat{E}$  ;  $\widehat{A}$  et  $\widehat{D}$  ;  $\widehat{C}$  et  $\widehat{F}$ .

Les côtés homologues sont : [AB] et [DE] ; [AC] et [DF] ; [BC] et [EF].

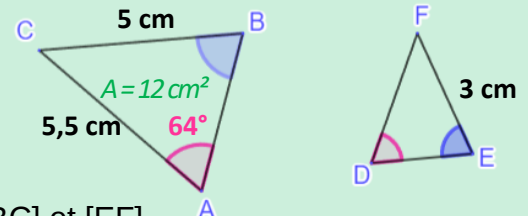
→ donc  $\widehat{D} = \widehat{A} = 64^\circ$ .

→ on a donc l'égalité de quotients :  $\frac{DE}{AB} = \frac{EF}{BC} = \frac{DF}{AC}$

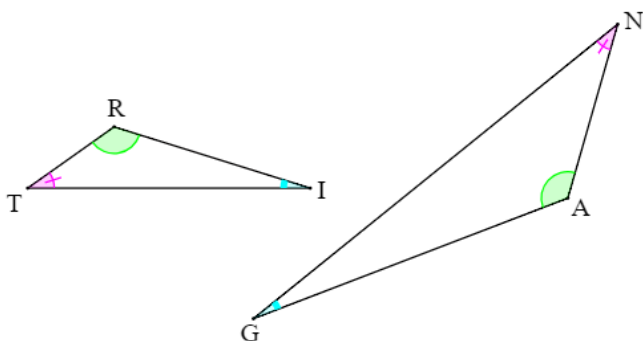
or  $\frac{EF}{BC} = \frac{3}{5} = 0,6$  donc  $DF = AC \times 0,6 = 5,5 \times 0,6 = 3,3 \text{ cm}$

→ les longueurs entre ABC et DEF sont multipliées par 0,6 donc l'aire est multipliée par  $0,6^2$  :

$$\text{Aire}_{DEF} = \text{Aire}_{ABC} \times 0,6^2 = 12 \times 0,6^2 = 4,32 \text{ cm}^2.$$



✓ Les triangles TRI et ANG sont semblables. Complète :



Le sommet homologue à R est le sommet **A**.

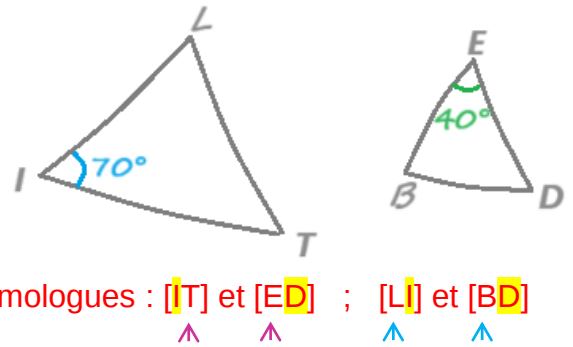
L'angle homologue à  $\widehat{T}$  est  $\widehat{N}$ .

L'homologue au côté [RI] est **[GA]**.

$$\text{On a l'égalité : } \frac{RI}{GA} = \frac{TR}{NA} = \frac{TI}{GN}$$

✓ LIT et BED sont semblables, [IT] et [ED] sont homologues ainsi que [LI] et [BD].

Donne les mesures des angles des triangles, précise leur nature.



Il faut repérer les sommets homologues :

- I et D, présents dans les deux couples de côtés homologues : [IT] et [ED] ; [LI] et [BD]
- T et E ;
- L et B.

Donc :  $\widehat{LIT} = \widehat{BDE} = 70^\circ$  ;  $\widehat{LTI} = \widehat{BED} = 40^\circ$

De plus, la somme des angles d'un triangle est égale à  $180^\circ$  :

donc  $\widehat{TLI} = \widehat{DBE} = 180 - (70 + 40) = 180 - 110 = 70^\circ$

Ces triangles ont deux angles égaux, ils sont isocèles, respectivement en T et en E.

✓ AIR et FEU sont deux triangles semblables tels que :  $\frac{AI}{FE} = \frac{AR}{EU} = \frac{IR}{FU}$

Repère les sommets homologues et écris les égalités d'angles correspondantes.

Il faut repérer les sommets homologues : A et E ; I et F ; R et U.

Sommets présents dans les 2 premiers quotients

Sommets présents dans les 2 derniers quotients

Donc :  $\widehat{RAI} = \widehat{FEU}$  ;  $\widehat{AIR} = \widehat{EFU}$  ;  $\widehat{ARI} = \widehat{EUF}$

✓ TWO et SIX sont deux triangles semblables.

1. Détermine les longueurs SX et SI.

Il faut repérer les sommets homologues :

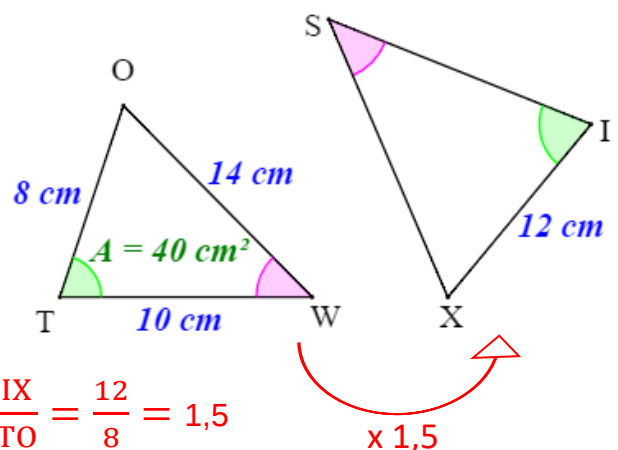
T et I ; W et S ; O et X.

Les côtés homologues sont donc :

[TW] et [IS] ; [TO] et [IX] ; [WO] et [SX].

Les côtés sont proportionnels :  $\frac{IS}{TW} = \frac{IX}{TO} = \frac{SX}{WO}$  or  $\frac{IX}{TO} = \frac{12}{8} = 1,5$

Donc  $SI = TW \times 1,5 = 10 \times 1,5 = 15 \text{ cm}$  et  $SX = WO \times 1,5 = 14 \times 1,5 = 21 \text{ cm}$ .



2. Détermine l'aire du triangle SIX.

Les longueurs entre TWO et SIX sont multipliées par 1,5 donc l'aire est multipliée par  $1,5^2$  :

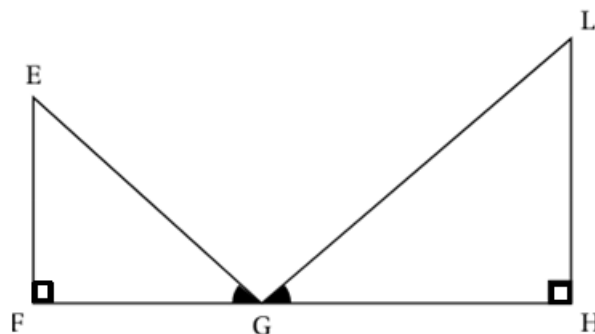
$$Aire_{SIX} = Aire_{TWO} \times 1,5^2 = 40 \times 1,5^2 = 90 \text{ cm}^2.$$



## Questions de brevet.

On considère la figure ci-contre dans laquelle :

- Les points F, G et H sont alignés
- (LH) et (FE) sont perpendiculaires à (FH) ;
- $EF = 18 \text{ cm}$  ;  $FG = 24 \text{ cm}$  ;  $EG = 30 \text{ cm}$  ;  
 $GH = 38,4 \text{ cm}$
- $\widehat{EGF} = \widehat{LGH} = 37^\circ$ .



*La figure n'est pas en vraie grandeur.*

a) Montrer que les triangles EGF et LGH sont semblables.

On a :  $\widehat{EGF} = \widehat{LGH} = 37^\circ$  et  $\widehat{EFG} = \widehat{LHG} = 90^\circ$

Les triangles EGF et LGH ont deux paires d'angles deux à deux égaux, ce sont donc des triangles semblables.

b) Parmi les propositions suivantes, quel est le coefficient d'agrandissement qui permet de passer du triangle EFG au triangle LHG ? Expliquer.

|       |      |     |     |
|-------|------|-----|-----|
| 0,625 | 1,28 | 1,6 | 2,6 |
|-------|------|-----|-----|

[GH] et [FG] sont deux côtés homologues, car tous les deux compris entre un angle de  $90^\circ$  et un angle de  $37^\circ$ .

Le coefficient d'agrandissement est :  $\frac{GH}{FG} = \frac{38,4}{24} = 1,6$  ( $> 1$  pour agrandir)

c) Quel est le périmètre du triangle LGH ?

Lors d'un agrandissement, toutes longueurs sont multipliées par le même coefficient, donc :

$$LH = EF \times 1,6 = 18 \times 1,6 = 28,8 \text{ cm}$$

$$LG = EG \times 1,6 = 30 \times 1,6 = 48 \text{ cm}$$

$$\text{périmètre} = LH + LG + GH$$

$$= 28,8 + 48 + 38,4 = 115,2 \text{ cm}$$

ou

$$\text{périmètre}_{EFG} = 18 + 24 + 30 = 72 \text{ cm}$$

Lors d'un agrandissement, toutes longueurs sont multipliées par le même coefficient, donc :

$$\text{périmètre}_{LGH} = 72 \times 1,6 = 115,2 \text{ cm}$$



Pour aller plus loin.



Sur le site de **Pass Education**, tu trouveras **d'autres ressources** pour réviser cette notion :

Séquence complète



Triangles

complète



Exercices type Brevet



Brevet 2



Brevet 15



Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices 11eme Hamos 11e C.O Mathématiques : Géométrie Les triangles Reconnaître des triangles semblables - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Reconnaître et utiliser les triangles semblables - avec Mon Pass Maths : 11ème Hamos](#)

Besoin d'approfondir en : 11eme Hamos 11e C.O Mathématiques : Géométrie Les triangles Reconnaître des

- [Vidéos pédagogiques 11eme Hamos 11e C.O Mathématiques : Géométrie Les triangles Reconnaître des triangles semblables](#)

- [Vidéos interactives 11eme Hamos 11e C.O Mathématiques : Géométrie Les triangles Reconnaître des triangles semblables](#)