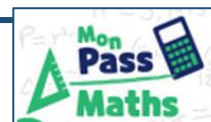


Résoudre une équation produit nul ou racine carrée



Je révise mon brevet pas à pas.



Correction

Prérequis : cours « Résoudre une équation ».

► Une **équation** en mathématiques est une égalité présentant une inconnue, souvent nommée x .

► On peut ajouter ou soustraire un même nombre aux deux membres d'une équation :

$$\circ \quad ax + b = 0 \rightarrow ax + b - b = 0 - b \rightarrow ax = -b$$

► On peut multiplier ou diviser les deux membres d'une équation par un même nombre non nul :

$$\circ \quad ax = -b \rightarrow \frac{ax}{a} = \frac{-b}{a}$$

Résoudre une équation produit nul.

Méthode pour résoudre une équation de type produit nul $A \times B = 0$

Etape ① : j'identifie le type d'équation, et si besoin, je factorise afin de me ramener à une équation produit nul de la forme $A \times B = 0$.

Etape ② : je cite la propriété : « un produit de facteurs est nul si au moins l'un des deux facteurs est nul. »

Etape ③ : je résous les 2 (ou plus) équations séparément.

Exemple : Résoudre $(5x - 2)(3x + 4) = 0$.

On identifie une équation produit nul, de la forme $A \times B = 0$

Or, un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul :

$$\text{donc } 5x - 2 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x + 4 = 0$$

$$5x = 2 \quad \text{ou} \quad 3x = -4$$

$$x = \frac{2}{5} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{4}{3}$$

Donc l'équation $(5x - 2)(3x + 4) = 0$ admet **2 solutions** : $x = -\frac{4}{3}$ et $x = \frac{2}{5}$.

 Parmi les équations ci-dessous, identifie les équations de type produit nul et justifie ta réponse.

$$(x - 1)(3x + 1) = 0$$

C'est une équation produit nul car de la forme $A \times B = 0$

$$(6x + 7)(-2x + 3) = 2$$

Ce n'est pas une équation produit nul car le terme de droite n'est pas nul.

$$4x(-x + 5) = 0$$

C'est une équation produit nul car de la forme $A \times B = 0$.

$$(x + 8) + (3 - 2x) = 0$$

Ce n'est pas une équation produit nul car ce n'est pas un produit.

 Résous les équations de type produit nul suivantes.

1. $(2x + 1)(3x - 4) = 0$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

Donc $2x + 1 = 0$ ou $3x - 4 = 0$

$$2x = -1 \quad \text{ou} \quad 3x = 4$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad x = \frac{4}{3}$$

Donc l'équation $(2x + 1)(3x - 4) = 0$ admet pour solutions $x = -\frac{1}{2}$ et $x = \frac{4}{3}$.

2. $(8x + 6)(-2x + 2) = 0$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

Donc $8x + 6 = 0$ ou $-2x + 2 = 0$

$$8x = -6 \quad \text{ou} \quad -2x = -2$$

$$x = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-2}{-2} = 1$$

Donc l'équation $(8x + 6)(-2x + 2) = 0$ admet pour solutions $x = -\frac{3}{4}$ et $x = 1$.

3. $7x(-2x + 5) = 0$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

Donc $7x = 0$ ou $-2x + 5 = 0$

$$x = \frac{0}{7} \quad \text{ou} \quad -2x = -5$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2}$$

Donc l'équation $7x(-2x + 5) = 0$ admet pour solutions $x = 0$ et $x = \frac{5}{2}$.

4. $(x - 3)(4 - 7x) = 0$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

Donc $x - 3 = 0$ ou $4 - 7x = 0$

$$x = 3 \quad \text{ou} \quad -7x = -4$$

$$x = 3 \quad \text{ou} \quad x = \frac{-4}{-7} = \frac{4}{7}$$

Donc l'équation $(x - 3)(4 - 7x) = 0$ admet pour solutions $x = \frac{4}{7}$ et $x = 3$.

✓ Résous les équations produits suivantes.

1. $3(11 - 3x)(2x + 7) = 0$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

Or $3 \neq 0$

Donc $11 - 3x = 0$ ou $2x + 7 = 0$

$-3x = -11$ ou $2x = -7$

$x = \frac{-11}{-3} = \frac{11}{3}$ ou $x = -\frac{7}{2}$

Donc l'équation $3(11 - 3x)(2x + 7) = 0$ admet pour solutions $x = -\frac{7}{2}$ et $x = \frac{11}{3}$.

2. $x(4x + 5)(-x + 1) = 0$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

Donc $x = 0$ ou $4x + 5 = 0$ ou $-x + 1 = 0$

$x = 0$ ou $4x = -5$ ou $x = 1$

$x = 0$ ou $x = -\frac{5}{4}$ ou $x = 1$

Donc l'équation $x(4x + 5)(-x + 1) = 0$ admet 3 solutions : $x = -\frac{5}{4}$, $x = 0$ et $x = 1$.

3. $(x + 2)(x - 2)(x + 7) = 0$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

Donc $x + 2 = 0$ ou $x - 2 = 0$ ou $x + 7 = 0$

$x = -2$ ou $x = 2$ ou $x = -7$

Donc l'équation $(x + 2)(x - 2)(x + 7) = 0$ admet pour solutions $x = -2$, $x = 2$ et $x = -7$.

Résoudre une équation racine carrée.

Méthode pour résoudre une équation racine carrée

Etape ① : j'identifie le type d'équation, et si besoin, je simplifie afin de ramener l'équation à une équation racine carrée de la forme $x^2 = a$.

Etape ② : je regarde le signe de a .

Etape ③ : je résous l'équation 2 à l'aide des propriétés suivantes :

L'équation $x^2 = a$ possède :

- deux solutions qui sont $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$ si $a > 0$.
- une seule solution qui est 0 si $a = 0$.
- aucune solution si $a < 0$.

Exemples :

$$x^2 = 4$$

$4 > 0$ donc cette équation admet 2 solutions.

Donc $x = \sqrt{4}$ ou $x = -\sqrt{4}$

Donc $x = 2$ ou $x = -2$

$$x^2 = -36$$

$-36 < 0$ donc cette équation n'a pas de solution.

☒ Parmi les équations ci-dessous, lesquelles sont des équations de type $x^2 = a$?

$$x^2 = 16$$

C'est une équation de type $x^2 = a$.

$$-2x^2 = -8$$

Si on divise par -2 les 2 côtés de l'égalité on obtient $x^2 = 4$, c'est donc bien une équation de type $x^2 = a$.

$$x^2(3x - 1) = 0$$

Ce n'est pas une équation de type $x^2 = a$.

C'est une équation produit nul car de la forme $A \times B = 0$.

$$x^2 = 2x$$

Ce n'est pas une équation de type $x^2 = a$ car on a un terme en x des deux côtés de l'égalité.

☒ Résous les équations de type $x^2 = a$ suivantes.

$$x^2 = 25$$

$25 > 0$ donc cette équation admet 2 solutions.

Donc $x = \sqrt{25}$ ou $x = -\sqrt{25}$

Donc $x = 5$ ou $x = -5$

$$x^2 = 0$$

$a = 0$ donc cette équation admet une seule solution qui est 0.

$$-3x^2 = -1$$

$$x^2 = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

Donc $x = \sqrt{\frac{1}{3}}$ ou $x = -\sqrt{\frac{1}{3}}$

$$x^2 = 12$$

$12 > 0$ donc cette équation admet 2 solutions.

Donc $x = \sqrt{12}$ ou $x = -\sqrt{12}$

$$x^2 = -56$$

$-56 < 0$ donc cette équation n'a pas de solution.

$$5x^2 = 80$$

$$x^2 = \frac{80}{5} = 16$$

Donc $x = \sqrt{16}$ ou $x = -\sqrt{16}$

Donc $x = 4$ ou $x = -4$

Méthode pour se ramener à une équation type produit nul ou racine carrée

Étape ① : j'identifie le **type d'équation** que je dois retrouver :

Produit nul ou **racine carrée**

Étape ② : je **manipule** l'expression de l'équation en :

- **Factorisant** pour une équation **produit nul**.
- **Isolant** le terme en x^2 pour une équation **racine carrée**.

Étape ③ : je **résous** l'équation en appliquant les méthodes vues précédemment.

Exemples : Se ramener à une équation de type produit nul ou racine carrée.

$$(2 - 9x)(x + 5) + (2 - 9x)(3x - 1) = 0$$

On identifie le facteur commun : $(2 - 9x)$

$$\text{On factorise : } (2 - 9x)[(x + 5) + (3x - 1)] = 0$$

$$\text{On en déduit que } (2 - 9x)(4x + 4) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

$$\text{Donc } 2 - 9x = 0 \quad \text{ou} \quad 4x + 4 = 0$$

$$-9x = -2 \quad \text{ou} \quad 4x = -4$$

$$\text{Donc } x = \frac{-2}{-9} = \frac{2}{9} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{4}{4} = -1$$

$$4x^2 + 8 = 36$$

$$4x^2 = 36 - 8$$

$$4x^2 = 28$$

$$x^2 = 7$$

$$\text{Donc } x = \sqrt{7} \text{ ou } x = -\sqrt{7}$$



Factorise chacune des équations suivantes afin d'obtenir une équation produit nul puis résous-les.

$$1. x(x + 3) + (2x - 1)x = 0$$

On identifie le **facteur commun** : x

$$\text{On factorise : } x[(x + 3) + (2x - 1)] = 0$$

$$x(x + 3 + 2x - 1) = 0$$

$$\text{On en déduit que } x(3x + 2) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

$$\text{Donc } x = 0 \quad \text{ou} \quad 3x + 2 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad 3x = -2$$

$$\text{Donc } x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -\frac{2}{3}$$

Donc l'équation $x(x + 3) + (2x - 1)x = 0$ admet pour solutions $x = 0$ et $x = -\frac{2}{3}$.

$$2. (2 - 3x)(x + 1) - (2 - 3x)(-3x + 4) = 0$$

On identifie le facteur commun : $(2 - 3x)$

$$\text{On factorise : } (2 - 3x)[(x + 1) - (-3x + 4)] = 0$$

$$\text{D'où } (2 - 3x)[x + 1 + 3x - 4] = 0$$

$$\text{On en déduit que } (2 - 3x)(4x - 3) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

$$\text{Donc } 2 - 3x = 0 \quad \text{ou} \quad 4x - 3 = 0$$

$$-3x = -2 \quad \text{ou} \quad 4x = 3$$

$$x = \frac{2}{3} \quad \text{ou} \quad x = \frac{3}{4}$$

Donc l'équation $(2 - 3x)(x + 1) - (2 - 3x)(-3x + 4) = 0$ admet pour solutions $x = \frac{2}{3}$ et $x = \frac{3}{4}$.

 **Simplifie les équations suivantes afin de les ramener à une équation de type $x^2 = a$ puis résous-les.**

$$4x^2 = 80$$

$$x^2 = \frac{80}{4} = 20$$

$$\text{Donc } x = \sqrt{20} \text{ ou } x = -\sqrt{20}$$

$$(x + 2)^2 = 36$$

$$\text{Donc } x + 2 = \sqrt{36} \quad \text{ou} \quad x + 2 = -\sqrt{36}$$

$$\text{Donc } x + 2 = 6 \quad \text{ou} \quad x + 2 = -6$$

$$\text{D'où } x = 6 - 2 \quad \text{ou} \quad x = -6 - 2$$

$$\text{Finalement } x = 4 \quad \text{ou} \quad x = -8$$

$$3x^2 + 1 = 13$$

$$3x^2 = 13 - 1$$

$$3x^2 = 12$$

$$x^2 = \frac{12}{3} = 4$$

$$\text{Donc } x = \sqrt{4} \text{ ou } x = -\sqrt{4}$$

$$\text{Donc } x = 2 \text{ ou } x = -2$$

$$25x^2 - 4 = 0$$

$$25x^2 = 4$$

$$x^2 = \frac{4}{25}$$

$$\text{Donc } x = \sqrt{\frac{4}{25}} \text{ ou } x = -\sqrt{\frac{4}{25}}$$

$$\text{Donc } x = \frac{2}{5} \text{ ou } x = -\frac{2}{5}$$



Questions de brevet.

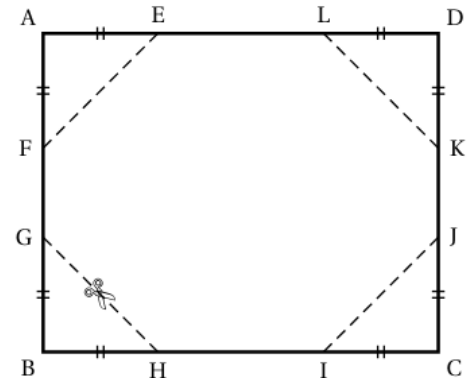
Première partie :

À partir d'une feuille rectangulaire de dimension 10 cm sur 8 cm, on coupe les quatre coins de manière identique. On obtient ainsi un polygone FELKJIHG et quatre triangles rectangles isocèles égaux comme représenté ci-contre.

$AD = 10 \text{ cm}$; $AB = 8 \text{ cm}$.

L'aire de ce polygone correspond à l'aire du rectangle ABCD à laquelle on soustrait l'aire des 4 triangles rectangles identiques.

Donc : $\text{Aire}_{\text{FELKJIHG}} = 10 \times 8 - 4 \times 4,5 = 80 - 18 = 62 \text{ cm}^2$



On souhaite que l'aire du polygone FELKJIHG soit de 60 cm^2 .

Pour cela, on fait varier la longueur AE et on observe l'effet sur l'aire du polygone FELKJIHG.

On note x la longueur AE exprimée en cm.

2. a. Exprimer l'aire du triangle AEF en fonction de x .

$$\text{Aire}_{\text{AEF}} = \frac{AE \times AF}{2} = \frac{x \times x}{2} = \frac{x^2}{2}$$

b. Montrer que l'aire du polygone FELKJIHG, en cm^2 , est donnée par l'expression $80 - 2x^2$.

$$\text{Aire}_{\text{FELKJIHG}} = 80 - 4 \times \frac{x^2}{2} = 80 - 2x^2$$

c. Trouver par le calcul la valeur de la longueur AE permettant d'obtenir un polygone FELKJIHG d'aire égale à 60 cm^2 .

Trouver la valeur de x pour que l'aire soit égale à 60 cm^2 revient à résoudre :

$$80 - 2x^2 = 60$$

$$-2x^2 = 60 - 80$$

$$\frac{-2x^2}{-2} = \frac{-20}{-2}$$

$$\text{donc } x^2 = 10$$

Cette équation a deux solutions : $\sqrt{10}$ et $-\sqrt{10}$.

Comme $-\sqrt{10} < 0$ ne peut pas correspondre à une longueur, la valeur pour que le polygone ait une aire de 60 cm^2 est $AE = \sqrt{10}$.

Deuxième partie :

[...] b. On appelle x le nombre de départ et on admet que le résultat obtenu avec le programme de calcul est donné par l'expression : $(x + 3)(x - 4)$.

Résoudre $(x + 3)(x - 4) = 0$.

En déduire quels nombres de départ il faut choisir pour obtenir 0 comme résultat.

L'équation $(x + 3)(x - 4) = 0$ est une équation produit nul. Il y a 2 possibilités :

$(x + 3) = 0$ ou bien $x - 4 = 0$

soit $x = -3$ soit $x = 4$.

Il y a donc 2 solutions à cette équation qui sont -3 et 4 .

Pour obtenir 0 comme résultat, il faut donc choisir -3 ou 4 comme nombre de départ.



Pour aller plus loin.



Sur le site de **Pass Education**, tu trouveras **d'autres ressources** pour réviser cette notion :

Séquence complète



Résoudre une
équation



Exercices type Brevet



Brevet 2



Brevet 6



Brevet 10



Brevet 12



Brevet 14



Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices 11eme Harnos 11e C.O Mathématiques : Nombres et calculs Équations et inéquations Résoudre une équation du premier degré - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Résoudre une équation produit nul ou racine carrée - avec Mon Pass Maths : 11ème Harnos](#)

Découvrez d'autres exercices en : 11eme Harnos 11e C.O Mathématiques : Nombres et calculs Équations et inéquations

- [Résoudre une équation du premier degré - avec Mon Pass Maths : 11ème Harnos](#)
- [Résoudre une équation du premier degré - Exercices avec les corrigés : 11ème Harnos](#)

Besoin d'approfondir en : 11eme Harnos 11e C.O Mathématiques : Nombres et calculs Équations et inéquations

- [Cours 11eme Harnos 11e C.O Mathématiques : Nombres et calculs Équations et inéquations Résoudre une équation du premier degré](#)
- [Evaluations 11eme Harnos 11e C.O Mathématiques : Nombres et calculs Équations et inéquations Résoudre une équation du premier degré](#)
- [Vidéos pédagogiques 11eme Harnos 11e C.O Mathématiques : Nombres et calculs Équations et inéquations Résoudre une équation du premier degré](#)
- [Vidéos interactives 11eme Harnos 11e C.O Mathématiques : Nombres et calculs Équations et inéquations Résoudre une équation du premier degré](#)
- [Séquence / Fiche de prep 11eme Harnos 11e C.O Mathématiques : Nombres et calculs Équations et inéquations Résoudre une équation du premier degré](#)