

Nombres premiers et simplification de fractions

Cours



➤ Nombres premiers

Définition (nombre premier) : Un nombre premier est un nombre entier positif qui possède **exactement deux diviseurs distincts** : lui-même et 1.

Exemples :

- 0 n'est pas premier car 0 a une infinité de diviseurs.
- 1 n'est pas premier car 1 n'a qu'un seul diviseur : lui-même.
- 2 est premier car 2 possède exactement deux diviseurs : 1 et 2. Le nombre 2 est le plus petit nombre premier. C'est aussi le seul nombre premier pair.
- 3 est premier car 3 possède exactement deux diviseurs : 1 et 3. Le nombre 3 est le plus petit nombre premier impair.
- Voici la liste des nombres premiers inférieurs à 100 :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97.

Propriété : Il existe une infinité de nombres premiers.

➤ Décomposition d'un nombre en un produit de facteurs premiers

Propriété (**décomposition en un produit de facteurs premiers**) : Tout nombre entier positif strictement supérieur à 1 peut s'écrire de façon unique (à l'ordre des facteurs près) comme un **produit de facteurs premiers**.

Exemples : Voici la décomposition en un produit de facteurs premiers des nombres suivants :

$$2 = 2 \text{ (en effet 2 est un nombre premier)}$$

$$12 = 2 \times 6 = 2 \times 2 \times 3 \text{ (vérification : 2 et 3 sont bien des nombres premiers)}$$

$$60 = 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 15 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$1365 = 5 \times 273 = 5 \times 3 \times 91 = 5 \times 3 \times 7 \times 13$$

$$7986 = 2 \times 3993 = 2 \times 3 \times 1331 = 2 \times 3 \times 11 \times 121 = 2 \times 3 \times 11 \times 11 \times 11$$

Méthode : Comme tu le vois dans les exemples ci-dessus, pour obtenir la décomposition en un produit de facteurs premiers d'un nombre N non premier, tu dois :

① Trouver un **diviseur premier** p de N (pour cela, je dois connaître les critères de divisibilité d'un nombre et **au moins les 10 premiers nombres premiers**).

② Effectuer la division de N par p :

→ **si le nombre obtenu est premier, c'est terminé.**

→ Sinon, tu dois à nouveau :

- trouver un **diviseur premier p' du nombre obtenu**,
- effectuer la **division du nombre obtenu par p'**,
- et ainsi de suite, jusqu'à ce que tu obtiennes **un nombre premier à la fin**.

Exemple : On souhaite décomposer le nombre 2478 en un produit de facteurs premiers :

Je cherche **un nombre qui soit à la fois premier ET diviseur de 2478** :

↪ Je teste avec le nombre premier 2 .	2478 est pair donc 2 est à la fois premier et diviseur de 2478.	$2478 = 2 \times 1239$
↪ Je teste avec le nombre premier 3 .	1239 → $1 + 2 + 3 + 9 = 15$ donc 3 est à la fois premier et diviseur de 1239.	$2478 = 2 \times 3 \times 413$
↪ Je teste avec le nombre premier 5 .	413 ne finit ni par 5 ni par 0 donc 5 n'est pas un diviseur de 413.	
↪ Je teste avec le nombre premier 7 .	413 = 7×59	$2478 = 2 \times 3 \times 7 \times 59$

Tous les facteurs sont premiers, la décomposition est terminée.

Finalement, $2478 = 2 \times 3 \times 7 \times 59$ (avec les facteurs rangés dans l'ordre croissant).

➤ Simplification de fractions

La décomposition en un produit de facteurs premiers est notamment utile pour simplifier une fraction.

Exemples :

$$\frac{210}{75} = \frac{2 \times 3 \times 5 \times 7}{5 \times 5 \times 3} = \frac{14}{5}$$

$$\frac{2380}{53550} = \frac{17 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7}{17 \times 5 \times 5 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{2}{45}$$

$$\frac{132}{198} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 11}{2 \times 3 \times 3 \times 11} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{164255}{377245} = \frac{19 \times 19 \times 13 \times 5 \times 7}{19 \times 19 \times 19 \times 11 \times 5} = \frac{91}{209}$$

Travaillez cette notion avec un parcours pédagogique progressif clé en main

Cette ressource de type : **Cours gratuit**, pour le niveau : **3ème**, dans la catégorie : **Nombres premiers**, ne constitue qu'une **étape** d'un **parcours pédagogique complet prêt à l'emploi** pour apprendre, s'entraîner et maîtriser cette notion **étape par étape**.

Étape 1. Cours gratuit : Comprendre la règle

Découvrir la notion grâce à des explications simples et des exemples concrets.

- [Cours : 11eme Harmos Nombres premiers et simplification de fractions](#) (pdf)
- [Cours : 11eme Harmos Nombres premiers et simplification de fractions](#) (word)
- [Télécharger toutes les fiches de cette étape](#) (zip)

Étape 2. Vidéos interactives : Apprendre et s'entraîner avec une vidéo interactive

Une vidéo interactive pour mieux comprendre et retenir durablement

- [Nombres premiers \(Partie 2\) - Fiches applications - Vidéo pédagogique - La Fée des Maths : 9eme, 10ème, 11ème Harmos](#)

Étape 3. Exercices : S'entraîner progressivement

Des exercices progressifs pour avancer étape par étape

- [Exercices : 11eme Harmos Nombres premiers et simplification de fractions](#) (pdf)
- [Exercices : 11eme Harmos Nombres premiers et simplification de fractions](#) (word)
- [Exercices Correction : 11eme Harmos Nombres premiers et simplification de fractions](#) (pdf)
- [Exercices Correction : 11eme Harmos Nombres premiers et simplification de fractions](#) (word)
- [Télécharger toutes les fiches de cette étape](#) (zip)

Étape 4. Évaluation Bilan : Vérifier ses acquis avant le contrôle

Des évaluations et corrections pour se préparer sereinement

- [Evaluation : 11eme Harmos Nombres premiers et simplification de fractions](#) (pdf)
- [Evaluation : 11eme Harmos Nombres premiers et simplification de fractions](#) (word)
- [Correction évaluation : 11eme Harmos Nombres premiers et simplification de fractions](#) (pdf)
- [Correction évaluation : 11eme Harmos Nombres premiers et simplification de fractions](#) (word)
- [Télécharger toutes les fiches de cette étape](#) (zip)

Étape 5. Séquence / Fiche de prep : Ressources enseignants clé en main

Accéder aux fiches de préparation, séquences et séances complètes pour enseigner la notion facilement.

- [Nombres premiers et simplification de fractions - Séquence complète : 11ème Harmos](#)
- [Télécharger toutes les fiches de cette étape](#) (zip)

Étape 6. Carte mentale : Mémoriser grâce aux cartes mentales

Visualiser l'essentiel en un coup d'œil

- [Nombres premiers Carte mentale](#) (pdf)