

Critères de divisibilité et résolution de problèmes

Cours



➤ Division euclidienne

Définition (division euclidienne de a par b) : a et b sont des nombres entiers positifs, avec $b \neq 0$. Effectuer la division euclidienne de a par b , c'est trouver deux nombres entiers positifs q et r tels que $a = b \times q + r$ avec $r < b$.

Rappel :

$$\begin{array}{rcl} \text{dividende} \leftarrow a & & b \rightarrow \text{diviseur} \\ \text{reste} \leftarrow r & \bigg| & q \rightarrow \text{quotient} \end{array}$$

$$a = b \times q + r$$

➤ Diviseurs et multiples d'un nombre

Définition : Si $r = 0$, on obtient $a = b \times q$. On dit que **b est un diviseur de a** ou que **a est un multiple de b** .

Remarque : S'il existe un nombre entier positif q tel que $a = b \times q$, on dit non seulement que **b est un diviseur de a** ou que **a est un multiple de b** mais aussi que **a est divisible par b** ou que **b divise a** .

Exemple :

- $63 = 7 \times 9$ donc :
- 7 est un diviseur de 63.
 - 63 est un multiple de 7.
 - 7 divise 63.
 - 63 est divisible par 7.

Remarque : Tout nombre entier positif possède au moins deux diviseurs.

Définition (nombre premier) : Un nombre premier est un nombre entier positif qui possède **exactement deux diviseurs distincts** : lui-même et 1.

➤ Critères de divisibilité

- Si un nombre a se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8, alors a est divisible par 2.
- Si la somme des chiffres du nombre a est divisible par 3, alors a est divisible par 3.
- Si le nombre formé par les deux derniers chiffres d'un nombre a est divisible par 4, alors a est divisible par 4.
- Si un nombre a se termine par 0 ou 5, alors a est divisible par 5.
- Si un nombre a est divisible par 2 et par 3, alors a est divisible par 6.
- Si la somme des chiffres du nombre a est divisible par 9, alors a est divisible par 9.
- Si un nombre a se termine par 0, alors a est divisible par 10.

➤ **Méthodes pour déterminer tous les diviseurs d'un nombre en utilisant la décomposition en produit de facteurs premiers.**

Exemple : trouve tous les diviseurs de 270 et 180 :

$$\begin{aligned} 270 &= 2 \times 135 \\ &= 2 \times 5 \times 27 \\ &= 2 \times 5 \times 3 \times 9 \\ &= \mathbf{2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5} \end{aligned}$$

Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre à partir de sa décomposition en produits de facteurs premiers, il te faut ensuite **multiplier chaque combinaison unique** de ces facteurs premiers ensemble :

$2 \times 3 = \mathbf{6}$	$3 \times 3 \times 3 = \mathbf{27}$	$3 \times 3 \times 5 = \mathbf{45}$
$2 \times 3 \times 3 = \mathbf{18}$	$3 \times 3 \times 3 \times 5 = \mathbf{135}$	$2 \times 5 \times 3 = \mathbf{30}$
$2 \times 3 \times 3 \times 3 = \mathbf{54}$	$2 \times 5 = \mathbf{10}$	$2 \times 3 \times 3 \times 5 = \mathbf{90}$
$3 \times 3 = \mathbf{9}$	$3 \times 5 = \mathbf{15}$	

On obtient ainsi l'ensemble des **diviseurs de 270** : 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 27, 30, 45, 54, 90, 135 et 270.

$$\begin{aligned} 180 &= 2 \times 90 \\ &= 2 \times 2 \times 45 \\ &= 2 \times 2 \times 5 \times 9 \\ &= \mathbf{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5} \end{aligned}$$

$2 \times 2 = \mathbf{4}$	$2 \times 3 \times 3 = \mathbf{18}$	$3 \times 3 \times 5 = \mathbf{45}$
$2 \times 2 \times 3 = \mathbf{12}$	$2 \times 3 \times 3 \times 5 = \mathbf{90}$	$3 \times 3 = \mathbf{9}$
$2 \times 2 \times 3 \times 3 = \mathbf{36}$	$2 \times 5 = \mathbf{10}$	$2 \times 2 \times 5 = \mathbf{20}$
$2 \times 3 = \mathbf{6}$	$3 \times 5 = \mathbf{15}$	$2 \times 2 \times 3 \times 5 = \mathbf{60}$

On obtient ainsi l'ensemble des **diviseurs de 180** : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180.

➤ **Méthodes pour déterminer le plus grand diviseur commun à deux nombres.**

Pour ensuite trouver le **plus grand diviseur commun** à ces deux nombres, trouve et multiplie les nombres premiers qui sont communs aux deux décompositions :

$$270 = \mathbf{2} \times 3 \times \mathbf{3} \times \mathbf{3} \times \mathbf{5}$$

$$180 = \mathbf{2} \times 2 \times \mathbf{3} \times \mathbf{3} \times \mathbf{5}$$

$$\mathbf{2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90} \rightarrow \text{Le plus grand diviseur commun à 270 et 180 est 90.}$$

Travaillez cette notion avec un parcours pédagogique progressif clé en main

Cette ressource de type : **Cours gratuit**, pour le niveau : **3ème**, dans la catégorie : **Nombres premiers**, ne constitue qu'une **étape** d'un **parcours pédagogique complet prêt à l'emploi** pour apprendre, s'entraîner et maîtriser cette notion **étape par étape**.

Étape 1. Cours gratuit : Comprendre la règle

Découvrir la notion grâce à des explications simples et des exemples concrets.

- [Cours : 11eme Harmos Critères de divisibilité et résolution de problèmes](#) (pdf)
- [Cours : 11eme Harmos Critères de divisibilité et résolution de problèmes](#) (word)
- [Télécharger toutes les fiches de cette étape](#) (zip)

Étape 2. Exercices : S'entraîner progressivement

Des exercices progressifs pour avancer étape par étape

- [Exercices : 11eme Harmos Critères de divisibilité et résolution de problèmes](#) (pdf)
- [Exercices : 11eme Harmos Critères de divisibilité et résolution de problèmes](#) (word)
- [Correction exercices : 11eme Harmos Critères de divisibilité et résolution de problèmes](#) (pdf)
- [Correction exercices : 11eme Harmos Critères de divisibilité et résolution de problèmes](#) (word)
- [Télécharger toutes les fiches de cette étape](#) (zip)

Étape 3. Évaluation Bilan : Vérifier ses acquis avant le contrôle

Des évaluations et corrections pour se préparer sereinement

- [Evaluation : 11eme Harmos Critères de divisibilité et résolution de problèmes](#) (pdf)
- [Evaluation : 11eme Harmos Critères de divisibilité et résolution de problèmes](#) (word)
- [Correction évaluation : 11eme Harmos Critères de divisibilité et résolution de problèmes](#) (pdf)
- [Correction évaluation : 11eme Harmos Critères de divisibilité et résolution de problèmes](#) (word)
- [Télécharger toutes les fiches de cette étape](#) (zip)

Étape 4. Séquence / Fiche de prep : Ressources enseignants clé en main

Accéder aux fiches de préparation, séquences et séances complètes pour enseigner la notion facilement.

- [Critères de divisibilité et résolution de problèmes - Séquence complète : 11ème Harmos](#)
- [Télécharger toutes les fiches de cette étape](#) (zip)